Cours BTS	TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE	Tritri-C-b

I) Le radian

Le radian est l'unité de mesure d'angle pour laquelle un angle plat a une mesure égale à π.

Conversion degrés-radians

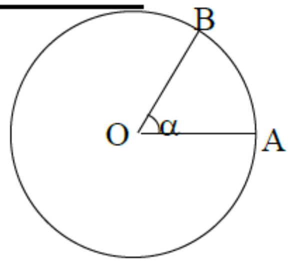
Si la mesure d'un angle est a en degré et α en radians, alors $\alpha = \frac{\pi a}{180}$.

Degré	180	a
Radian	Π	α

Valeurs remarquables

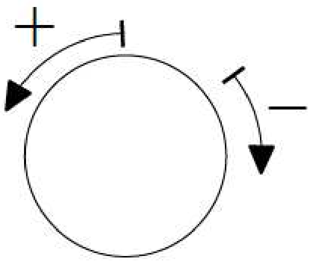
degrés	0	30	45	60	90	180
radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π

Propriété



Soient A et B deux points d'un cercle de centre O et de rayon r tels que la mesure de l'angle géométrique $\widehat{AOB}$ en radians soit α.
La longueur de l'arc AB est égale à αr.
Rappel : la longueur du cercle est $2\pi r$.

II) Angles orientés – Sens de parcours



Sur un cercle, deux sens de parcours sont possibles :

- le sens positif (ou sens direct ou sens trigonométrique)
- le sens négatif (ou sens indirect ou sens des aiguilles d'une montre)

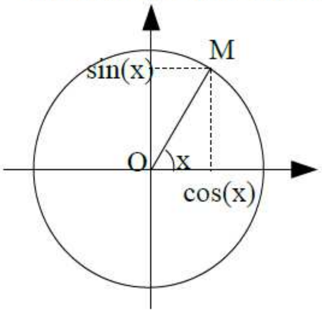
Cours BTS	TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE	Tritri-C-b

III) Sinus et cosinus d'un angle orienté

1. Définitions

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ direct; on a $(\vec{i}, \vec{j}) = \frac{\pi}{2}$.

On considère le cercle trigonométrique, cercle de centre O et de rayon 1.



A tout réel x, on associe le point M du cercle trigonométrique tel que x soit une mesure de l'angle orienté $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$.

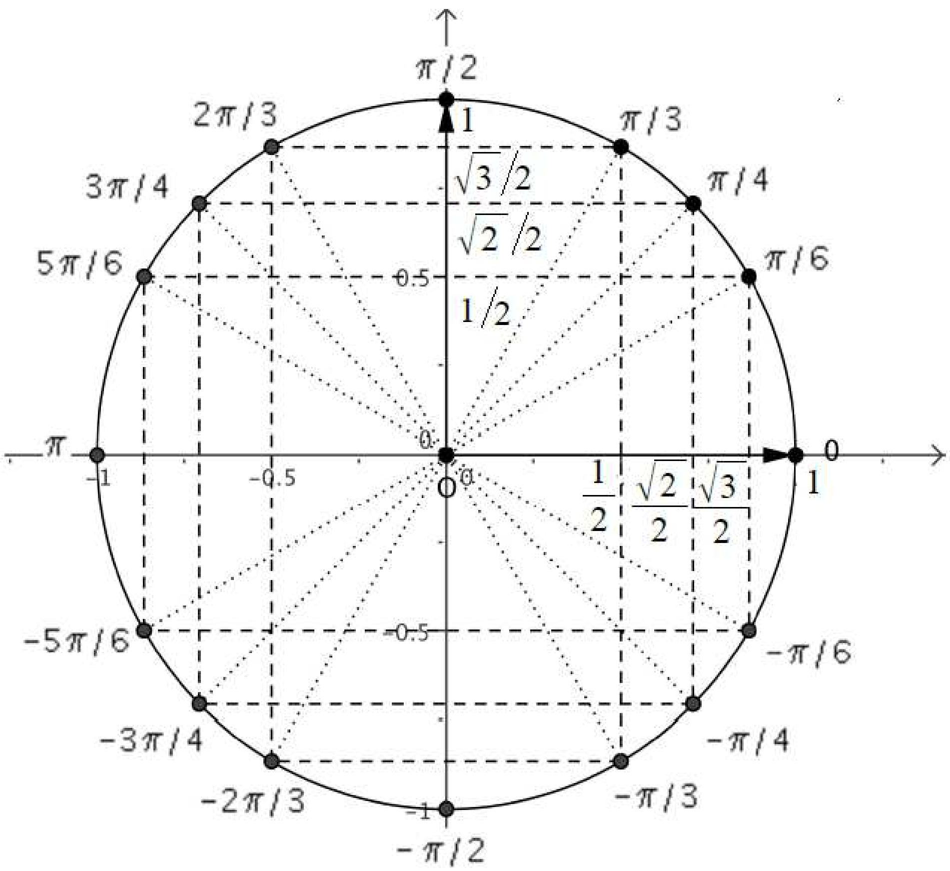
On appelle alors **cos(*x*)** l'abscisse du point M et **sin(*x*)** l'ordonnée du point M.

Pour tout réel x, on a les propriétés suivantes :

- $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$
- $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$ et $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$.
- $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.

2. Valeurs remarquables

angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0



Cours BTS	TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE	Tritri-C-b

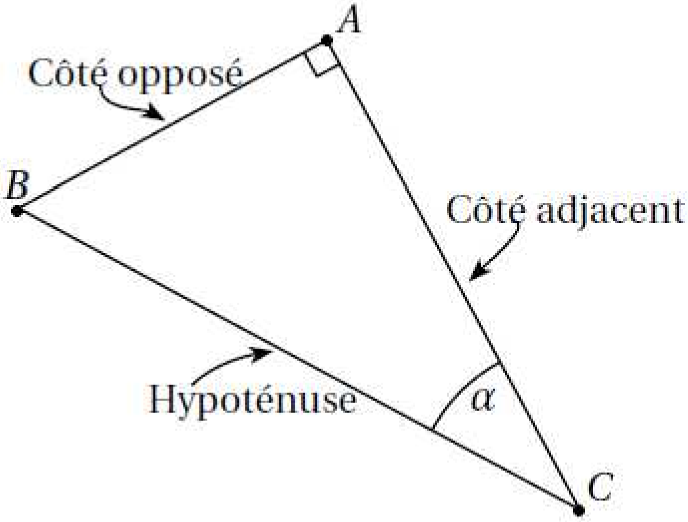
III) Trigonométrie dans le triangle rectangle

Soit ABC un triangle rectangle en A ; on notera α la mesure l'angle aigu $\widehat{ACB}$. Alors les rapports de longueurs $\frac{AC}{BC}$, $\frac{AB}{BC}$ et $\frac{AB}{AC}$ ne dépendent **que** de l'angle α, et on a :

$$\cos\alpha = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{AB}{AC}$$



IV) Trigonométrie dans un triangle quelconque

Théorème d'Al-Kashi

Le **théorème d'Al-Kashi**, en France, **loi des cosinus** dans les autres pays francophones et le reste du monde, ou encore **théorème de Pythagore généralisé**, est un théorème de géométrie couramment utilisé en trigonométrie, qui relie dans un triangle la longueur d'un côté à celles des deux autres et au cosinus de l'angle formé par ces deux côtés. Il généralise ainsi le théorème de Pythagore aux triangles non rectangles. Bien qu'un résultat similaire (avec des longueurs seulement) était déjà connu d'Euclide[1], le nom francisé du mathématicien perse Ghiyath al-Kashi (1380 - 1429) lui a été attribué dans les manuels scolaires édités en France dans les années 1990, les appellations *théorème de Pythagore généralisé* ou *loi des cosinus* étant utilisées jusque-là.

Le théorème d'al-Kashi s'énonce de la façon suivante :

> Soit un triangle ABC, dans lequel on utilise les notations usuelles exposées sur la figure 1 : d'une part α, β et γ pour les angles et, d'autre part, *a*, *b* et *c* pour les longueurs des côtés respectivement opposés à ces angles.
>
> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos\ \gamma.$

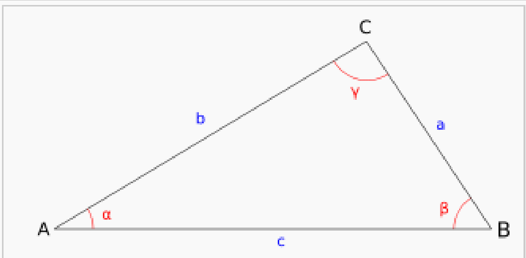


Fig. 1 - Notations usuelles dans un triangle quelconque.